



1.- Emplear la definición de logaritmo para transformar las siguientes expresiones a su forma exponencial.

$$\log_b N = a \Leftrightarrow b^a = N$$

Forma logarítmica

Forma Exponencial

$$\log_3 243 = 5$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{64} = 6$$

$$\log_2 \frac{1}{8} = -3$$

$$\log_x 27 = 3$$

$$\log_5 125 = 3$$

$$\log_x z = p$$

$$\log_{(2x-1)} 256 = 8$$

2.- Emplear la definición de logaritmo para transformar las siguientes expresiones a su forma logarítmica.

Forma logarítmica

Forma Exponencial

$$17^2 = a$$

$$64^{1/3} = 4$$

$$x^a = z$$

$$(x-2)^8 = 8$$

$$\frac{1}{81} = 3^{-4}$$

$$5^{-3x} = 125$$

3.- Emplear la definición de logaritmo y encuentra el valor de las incógnitas.

Logaritmo

Respuestas

a) $\log_2 32 = x$

$$x = 5$$

b) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$

$$x = -3$$

c) $\log \sqrt[3]{10} = x$

$$x = \frac{1}{3}$$

d) $\log_{32} \frac{1}{4} = x$

$$x = -\frac{2}{5}$$

e) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{27} = x$

$$x = -6$$

f) $\log_b 81 = 4$

$$b = 3$$

g) $\log_b 32 = \frac{5}{2}$

$$b = 4$$

h) $\log_b 25 = 2$

$$b = 5$$

i) $\log_b 4 = \frac{1}{2}$

$$b = 16$$



j) $\log_2 y = 3$	$y = 8$
k) $\log_{\frac{1}{3}} y = 3$	$y = \frac{1}{27}$
l) $\log_{\sqrt{7}} y = 0$	$y = 1$
m) $\log_4 y = -\frac{3}{2}$	$y = \frac{1}{8}$

4.- Desarrollar las siguientes expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos.

a) $\log_b UVW =$

b) $\log_b \frac{UV}{w} =$

c) $\log \frac{xyz}{pq} =$

d) $\log \frac{U^2}{V^3} =$

e) $\log \frac{U^{1/2}}{V^{2/3}} =$

f) $\log \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[4]{y^3}} =$

g) $\log \frac{\sqrt{x}}{x-9}$

h) $\log_5 \frac{\sqrt{a^3} \sqrt{b}}{\sqrt[4]{c}}$

5. - Expresar los siguientes logaritmos como el logaritmo de un solo argumento aplicando las propiedades de los logaritmos.

a) $\log 2 - \log 3 + \log 5 =$

b) $\log 3 + \log_y - \log x =$

c) $\frac{2}{5} \log_b m + 4 \log_b n$

d) $\ln 5 + \ln m - 7 \ln x =$

e) $\frac{2}{3} \log(x-2) - \frac{4}{5} \log(x+2) + 2 \log(x+1)$

f) $\log_5(a+1) - \log_5(a+10)$

g) $5 \log_6(x+3) - 2[\log_6(7x+1) + 3 \log_6 x]$

h) $2 \ln 9 + 4 \ln m - 2 \ln p - 2 \ln 7 - 2 \ln x - 6 \ln y$

i) $2 \log_7(m-4) + 3 \log_7(m+3) - [5 \log_7 2 + 3 \log_7(m-2)]$



6. -Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas.

Ecuación	Respuestas
a) $\log_{36} x = \frac{1}{2}$	$x = 6$
b) $\log_{81} x = \frac{1}{4}$	$x = 3$
c) $\log_2(5 - 3x) = 3$	$x = -1$
d) $\log_2(r + 4)^2 = 4$	$r_1 = -8; r_2 = 0$
e) $\log \sqrt{x^2 + 64} = 1$	$x = -6; x = +6$
f) $2 \log x - \log 9 = 2$	$x = 30$
g) $\log(r + 2) = \log(3r - 1)$	$r = \frac{3}{2}$
h) $\log_5(4 - x)^3 = \log_5(6 + x)^3$	$x = -1$
i) $\log(x - 5) + \log 3 = \log(2x)$	$x = 15$
j) $\log_8 x = 4 \log_8 2 - \log_8 8$	$x = 2$
k) $\log(2x + 1) + \log 4 = \log(7x + 8)$	$x = 4$
l) $\log_{\sqrt{3}}(\sqrt{x + 1}) = 1 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x - 1}$	$x = 2$
m) $\ln(x - 1) - \ln(x - 2) = \frac{1}{2}$	$x = \frac{-1 + 2\sqrt{e}}{\sqrt{e} - 1}$
n) $\ln(x^2 + x) + \ln e = \ln(x + 1)$	$x = \frac{1}{e}$
o) $\log_2(x - 1) - \log_2(3x + 1) = 3 - \log_2(6x + 2)$	$x = 5$
p) $\log(x - 3)^2 = \log(3x - 11)$	$x_1 = 4; x_2 = 5$
q) $\log_3(2x - 1) - \log_3(5x + 2) = \log_3(x - 2) - 2$	$x = 5$
r) $\log_5(x) + \log_5(2x - 1) = \log_5(2x + 2)$	$x = 2$
s) $\log_3(2x + 2) + \log_3(x + 1) - \log_3(x^2 - 1) = 0$	No tiene solución válida
t) $\frac{1}{2} \log_{x+4}(16 - 2x) = 1$	$x = 0$
u) $\frac{1}{2} \log_{x+2}(2x + 4) = 1$	$x = 0$



7.- Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales

Ecuación	Respuestas
$9^x = 9^0$	$x = 0$
$5^{x+1} = 25$	$x = 1$
$^{2x-1}\sqrt{3^{x-3}} = \sqrt{27}$	$x = -\frac{3}{4}$
$\sqrt{81^x} = 3^{x+2}$	$x = 2$
$(\sqrt[3]{2})^{2-x} = 2^{x^2}$	$x_1 = -1 ; x_2 = 0.6666$
$10^{6-3x} = 18$	$x = 1.5815$
$5^{4-x} = \frac{1}{125}$	$x = 7$
$5^{2t+1} = 3^{4t-1}$	$t = 2.3036$
$4^{t-1} = 3^{2t+5}$	$t \approx -8.4832$
$e^{3t/4} = 10$	$t \approx 3.0701$
$\frac{4e^{3x} - 5}{e^{3x} - 1} = 3$	$x \approx 0.2310$

8.- Resolver los siguientes problemas

a) La calificación promedio en un examen es una función del número de horas dedicadas a estudiar para presentarlo, la calificación promedio $f(x)$ en puntos puede calcularse mediante: $f(x) = \log 0.3x + 1.8$. Donde x es el número de horas dedicadas a estudiar para presentarlo. La calificación máxima posible en el examen es de 8.0. Determina la calificación que recibe una persona que dedicó 15 horas al estudio.

R. La calificación obtenida es de aproximadamente 2.45

b) La bacteria Escherichia Coli crece de acuerdo con el modelo matemático $y = 1000e^{0.5x}$, siendo x el tiempo en días. ¿Cuántas bacterias se tendrán al término de una semana?

R. Existirán aprox. 33115 bacterias

c) Una sola bacteria de tuberculosis se divide cada media hora para producir dos bacterias enteras de tuberculosis. Si se tiene una colonia de 5000 bacterias, al cabo de t horas tendremos $N = 5000 \cdot 2^{2t}$ bacterias. ¿Cuánto tiempo se necesitará para que la cantidad de bacterias sea 5,120,000

R. Se necesitan 5 horas

d) La eficiencia de un operador en cierta fábrica está dada por la expresión: $y = 120 - 80e^{-0.3t}$. Donde el operador puede completar y unidades de trabajo cada día después de desarrollar dicho trabajo durante t meses. ¿Cuántos meses de experiencia requerirá dicho operador para completar 88 unidades diarias?

R. El operador requiere de aproximadamente 3 meses



e) Una empresa compró una máquina en \$12,000, t años después de su compra su valor está dado por la función $v(t) = 1200e^{-0.3t}$. Si la máquina será reemplazada cuándo su valor sea de 700 pesos, calcula en cuánto tiempo se comprará una máquina nueva.

R.Se comprará una máquina nueva en aproximadamente 9.47 años

f) En una comunidad de 25,000 habitantes brota una epidemia de gripa y el número N de personas contagiadas después de t días se determina mediante el modelo $N = \frac{25000}{1+1590 e^{-0.23t}}$. ¿En cuánto tiempo habrá 7000 contagiados?

R.habrà 7000 contagiados en aproximadamente 28 días

g) Los científicos utilizan el elemento químico carbono 14 para calcular la edad de fósiles y cualesquiera otros objetos antiguos descubiertos por los antropólogos. La fórmula que se emplea es: $A = 600 \cdot 2^{-t/5600}$ Donde A representa la cantidad de carbono 14 presente cuando el fósil se formó. Si se encontró un fósil en el estaban presentes 500 gramos de carbono 14, ¿Cuántos años han transcurrido desde su formación?

R.Han trascurrido aproximadamente 1473.1392 años

h) Un sismo de intensidad $I_R = 5.7$ grados en escala de Richter y de Amplitud (A) 9021.37 micrómetros. ¿Cuáles es su periodo (t)?. Considere que el modelo que se emplea para determinar la intensidad de un sismo es $I_R = \log \frac{A}{t}$

R.El periodo es de 0.0179 segundos

i) Una tarea se aprende a cierto nivel (P_0), después de cierto tiempo (t) el nivel de recordatorio (P) satisface la ecuación $\log P = \log P_0 - c \log(t + 1)$ donde c es una constante que depende del tipo de tarea y t es en meses. Si tu calificación en el examen de Orientación es de 95, ¿Qué calificación esperarías obtener en un examen similar después de año y medio? Considera a $c=0.3$

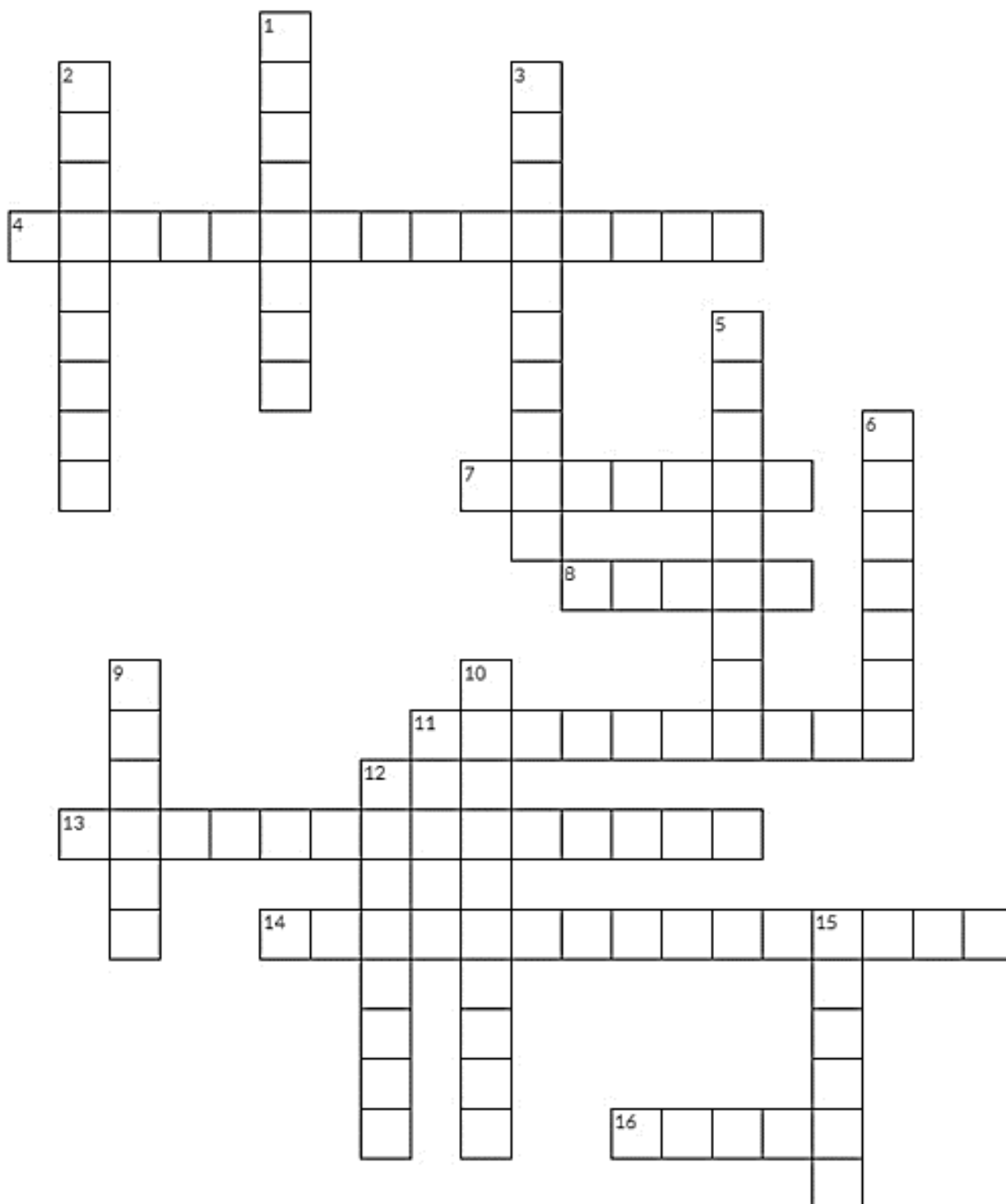
R.La calificación esperada es 39.27

j) Obtén el Ph de una solución cuya concentración de hidrógeno 1.90×10^{-5} iones de hidrógeno/l. Considera que $Ph = -\log[H^+]$

R.el Ph es 4.7212



9.-Visita: <https://drive.google.com/file/d/19xYnMERRslcupgcTI8Oi6jWY-D9bZ6IL/view?usp=sharing> y resuelve el siguiente crucigrama.





Verticales

1. Rectas que se cortan en un solo punto.
2. Recta que divide un ángulo en dos partes iguales
3. Puntos que están contenidos sobre un mismo plano.
5. Rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio.
6. Son verdades incuestionables universalmente válidas y evidentes.
9. Abertura formada por dos semirrectas con un mismo origen llamado vértice.
10. Expresión que representa una verdad sin demostraciones ni evidencias.
12. Conjunto comprendido entre dos puntos denominados extremos.
15. Unidad de medida de ángulos que se utiliza en el sistema internacional de unidades

Horizontales

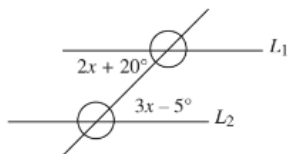
4. Rectas que se intersecan en un punto y forman cuatro ángulos iguales. Cada ángulo de 90 grados
7. Proposición que se puede demostrar lógicamente a partir de axiomas, postulados. Por ejemplo, el de Tales o Pitágoras.
8. No tiene dimensiones, es la huella que deja un lápiz al dejar caerlo.
11. Puntos que están contenidos sobre una misma línea recta.
13. Dos ángulos cuya suma de medidas es 180 grados
14. Dos ángulos cuya suma de medidas es 90 grados
16. Conjunto infinito de puntos. Se prolonga indefinidamente en dos sentidos opuestos



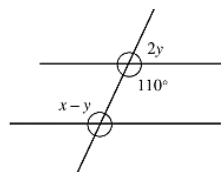
10.- Realiza las conversiones necesarias para completar la siguiente tabla.

Grados en forma sexagesimal	Grados en forma decimal	π radianes	Radianes
132° 14' 05''			
	54.13°		
		$\frac{53}{20}\pi \text{ rad}$	
			4.67 rad
30° 05' 01''			
	137.256°		
		$\frac{7\pi}{2} \text{ rad}$	
36° 28' 32''			
	13.487°		
		$\frac{15}{24}\pi \text{ rad}$	
			1.698 rad

11.- Encontrar el valor de cada uno de los ángulos

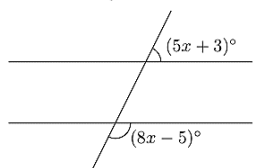


Encontrar el valor de cada uno de los ángulos

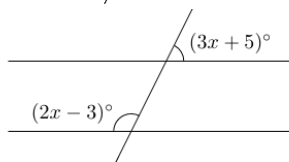


¿Cuánto vale x ?

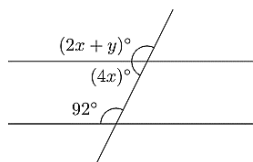
¿Cuánto vale y ?



Encontrar el valor de cada uno de los ángulos

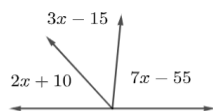


¿Cuánto vale x ?

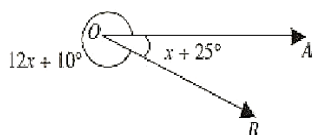


¿Cuánto vale x ?

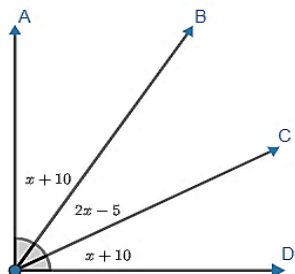
¿Cuánto vale y ?



¿Cuánto vale x ?



¿Cuánto vale x ?



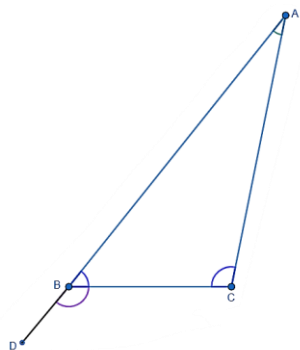
¿Cuánto vale x ?

Es el complemento de $69^{\circ}50'10''$

Es el suplemento de $42^{\circ}52'34''$

Es el conjugado de 42.56° . Expresar en $^{\circ}, ', ''$

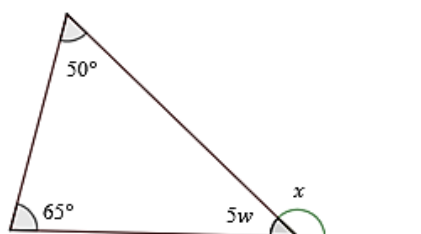
12.- Resuelve cada uno de los siguientes triángulos.



$$\angle CAB = 2x - 5; \angle BCA = 4x + 15; \angle ABC = y;$$

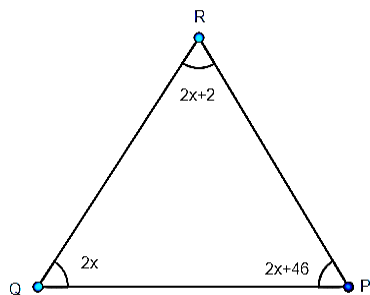
$$\angle CBD = 110 + x$$

Determina el valor de cada uno de los ángulos interiores

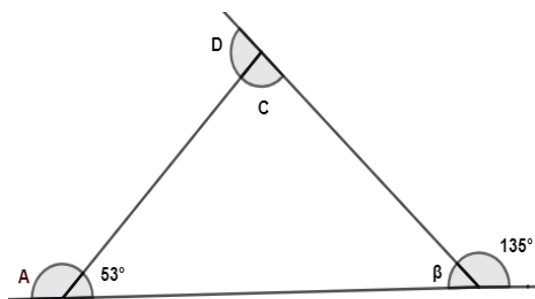


Cuánto vale w ?

¿Cuánto vale el ángulo exterior?



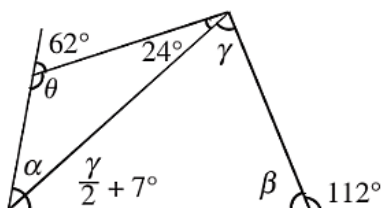
¿Cuál es el valor del ángulo P ?



Encontrar el valor de los ángulos

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$$

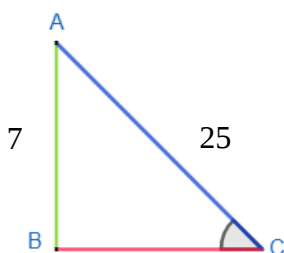
$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$



Encontrar los ángulos interiores de los triángulos



- 1) Sea A, B y C los ángulos interiores de un triángulo donde $A = (2x + 35^\circ)$ $B = (4x - 10^\circ)$ y $C = (3x - 7^\circ)$. Determinar la medida del ángulo B. Realiza el gráfico correspondiente.
- 2) Dos ángulos de un triángulo miden 35° y 30° respectivamente ¿Cuánto mide el tercer ángulo y cada uno de los ángulos externos? Realiza el gráfico Realiza el gráfico correspondiente.
- 3) Sea P, Q, R los ángulos interiores de un triángulo. Donde $P = x$ $Q = 2x$ y $R = 2x - 5$. Encontrar la medida del ángulo R y los ángulos externos. Realiza el gráfico.



$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

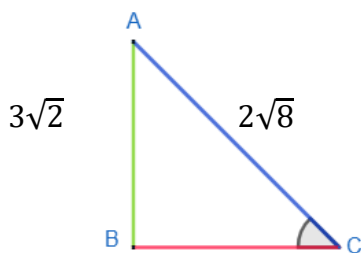
$$\angle A = 38^\circ$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

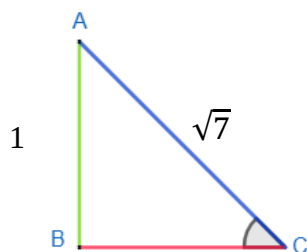
$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = 28^\circ 33' 36''$$



$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

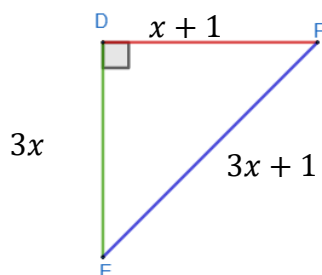
$$\angle A = 67.874^\circ$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\overline{DF} = \underline{\hspace{2cm}}$$

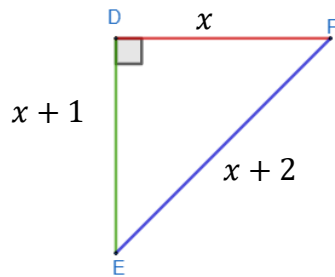
$$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle E = 78.59' 6''$$

$$\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle F = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\overline{DF} = \underline{\hspace{2cm}}$$

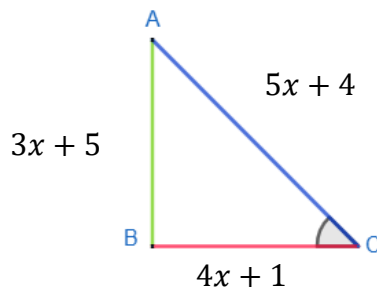
$$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle E = 47^\circ$$

$$\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle F = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle A = 37^\circ 19' 25''$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

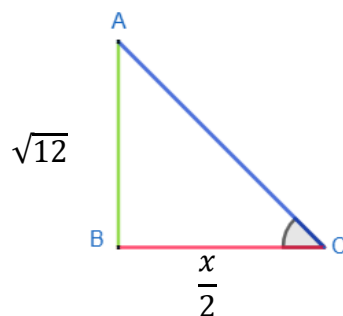
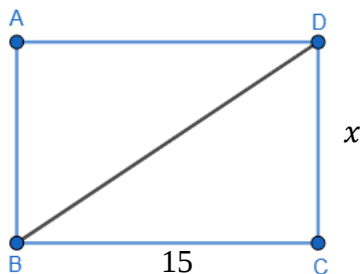
$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$

Calcular la longitud del lado de un cuadrado cuya diagonal mide $8\sqrt{2}$

Calcular la longitud de la diagonal del rectángulo de la siguiente figura.



$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

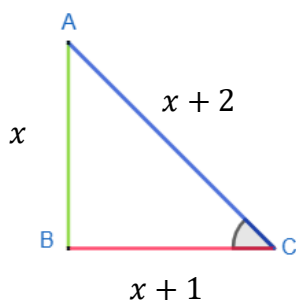
$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = 32^\circ$$



$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle A = 27^\circ$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

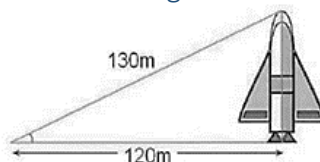
$$\overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$

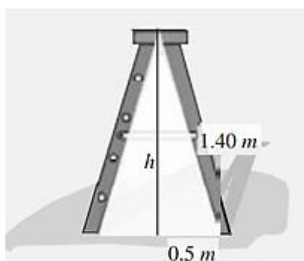
- Dado $\sin \theta = \frac{8}{17}$, encontrar las demás funciones trigonométricas.
- Dado $\csc \theta = \sqrt{3}$, encontrar las demás funciones trigonométricas.
- Dado $\tan \theta = 3$, calcular las demás funciones trigonométricas.
- Dado $\csc \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$, calcular las demás funciones trigonométricas.
- ¿Verdadero o falso que dado $\cot \theta = 2$, el $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$? Demuestre su respuesta

13.- Resuelve los siguientes ejercicios aplicando teorema de Pitágoras.

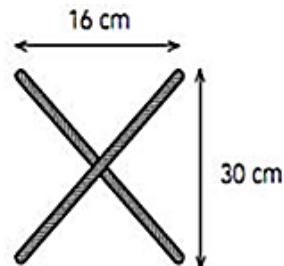
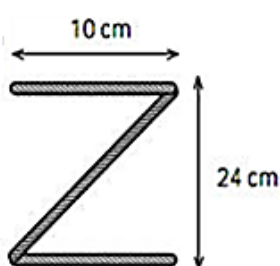
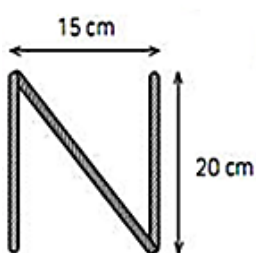
- a) ¿Cuánto mide el cohete? **R.- 50 m**



- b) Al abrir una escalera de pintor, se forma un triángulo isósceles, la distancia entre las bases es de 1m y los lados iguales miden 1.40 m. ¿cuál es la altura de la escalera? **R.- 1.30 mts**

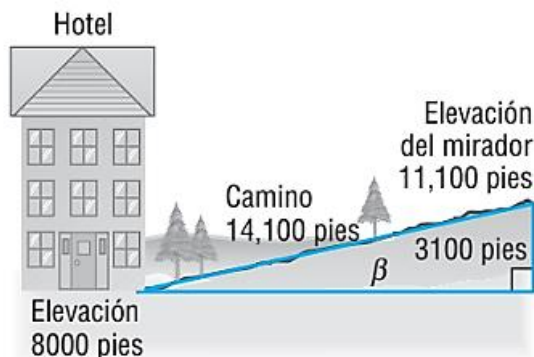


- c) Calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z y X de dimensiones:
R.- 65 cm, 46 cm, 68 cm

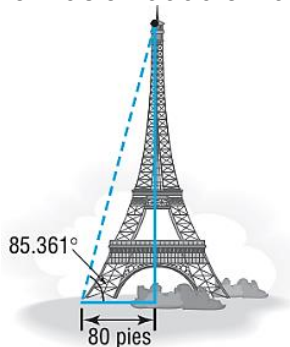


14.- Resuelve los siguientes ejercicios aplicando razones trigonométricas.

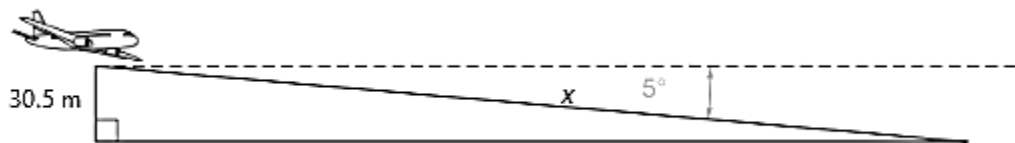
- a) Un camino recto lleva del Hotel con elevación de 8000 pies, a un mirador panorámico con elevación de 11,100 pies. La longitud del camino es de 14,100 pies. ¿Cuál es la inclinación (pendiente) del camino?. Esto es, ¿cuál es el ángulo en la figura? **R.- 12.7°**



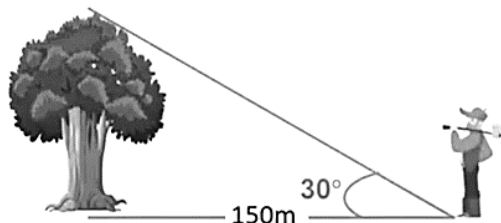
- b) Encuentre la altura de la Torre Eiffel (antes de agregarle la antena de televisión) usando la información dada en la ilustración. **R.- 985.91 pies**



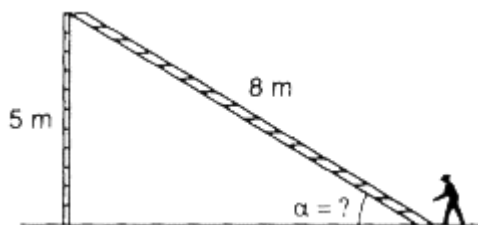
- c) Cuando un avión desciende para aterrizar el ángulo de depresión es 5° . Cuando el avión tiene una lectura de 30.5 m en el altímetro, ¿cuál es su distancia x al comienzo del aterrizaje? **R.- 349.9 m**



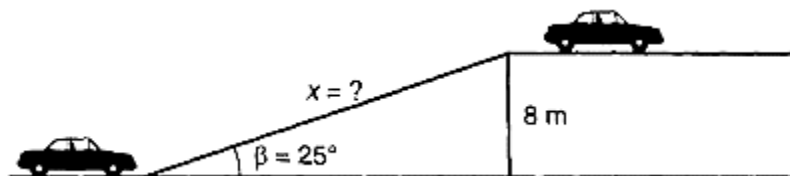
- d) Un leñador ubicado a 150 m de la base de un árbol, observa que el ángulo entre el suelo y la parte superior del árbol es de 30° . ¿Cuál es la altura del árbol? **R.-86.6 m**



- e) Un trabajador tiene una escalera de 8 m de longitud. ¿Qué ángulo debe formar con el piso, si quiere alcanzar la parte más alta de una pared de 5 m de altura? **R.- $38^\circ 40' 55.87''$**

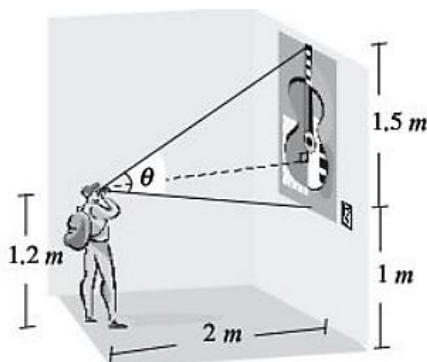


- f) Un mecánico desea que le construyan una rampa para subir automóviles a una altura de 8 m. Si la rampa tiene una pendiente de 25° , ¿qué longitud tendrá la rampa? **R.- 18.93 m**

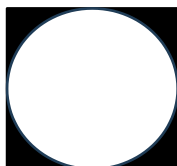


- d) Encuentre la altura de un edificio si a 8.66 metros de su base, el ángulo entre el suelo y la azotea del edificio es de 60° . **R. 14.99 m**

- e) Una persona cuyos ojos están a 1.20m del suelo, observa una pintura que se encuentra a un metro del suelo y mide 1.50m. Dicha persona se encuentra a dos metros de distancia de la pintura. a) ¿Cuál es el ángulo de visión? **R. $38^\circ 44' 4''$**

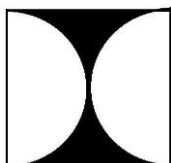


15.- Calcula el área sombreada de las siguientes figuras.



Lado del cuadrado= 5cm

R.- $25 \left(1 - \frac{1}{4} \pi\right) \text{ m}^2$



Lado del cuadrado =4m

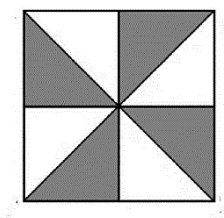
R.- $4(4-\pi) \text{ m}^2$



8 cm

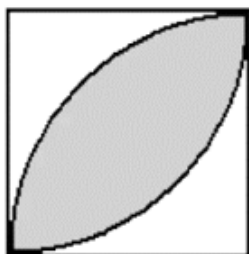
14 cm

R.- $16(7-\pi) \text{ cm}^2$



Lado del cuadrado = 20 cm

R.- 200 u^2



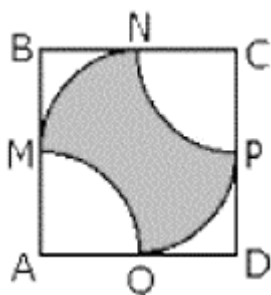
Lado del cuadrado = 8 cm

R.- $32(\pi - 2) \text{ cm}^2$



$r = 7\text{cm}$

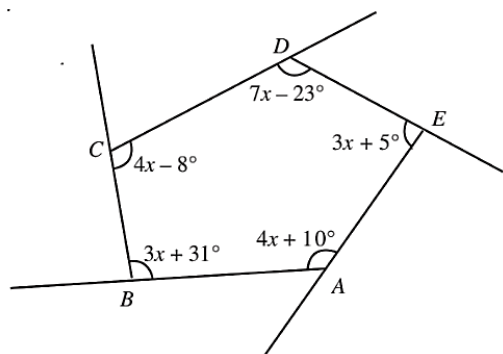
R.- $49\pi \text{ cm}^2$



ABCD es un cuadrado que mide 10 cm. M, N, P, Q. Son puntos medios.

R.- 50 cm

16.- Encontrar el valor de los ángulos interiores de los siguientes polígonos



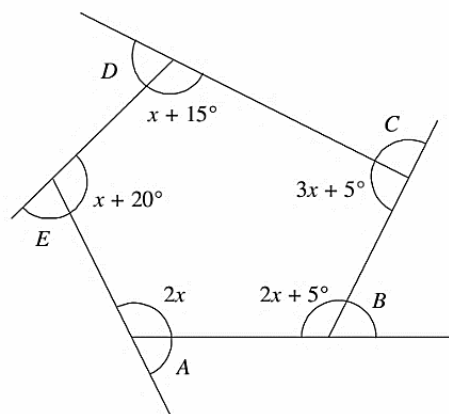
$$\angle A =$$

$$\angle B =$$

$$\angle C =$$

$$\angle D =$$

$$\angle E =$$



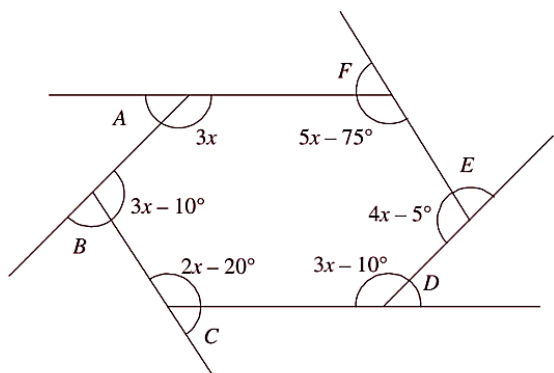
$$\angle A =$$

$$\angle B =$$

$$\angle C =$$

$$\angle D =$$

$$\angle E =$$



$$\angle A =$$

$$\angle B =$$

$$\angle C =$$

$$\angle D =$$

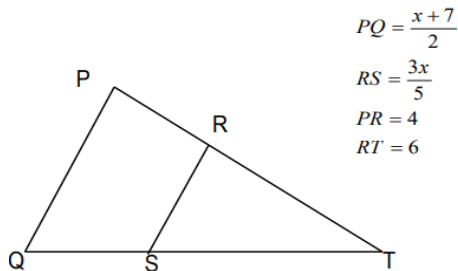
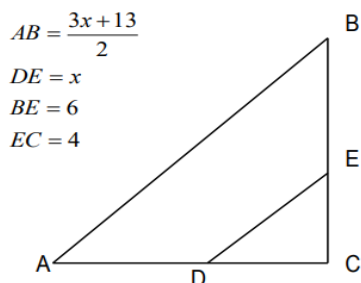
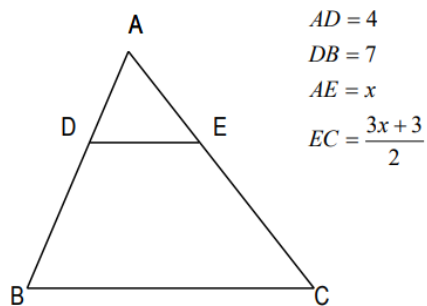
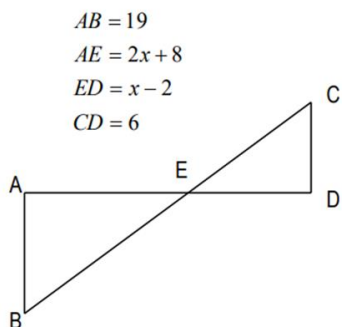
$$\angle E =$$

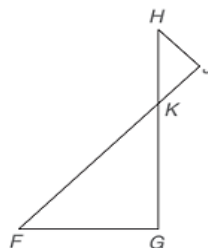
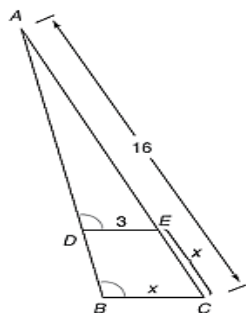
$$\angle F =$$

17.- Responde cada una de las siguientes preguntas

- Cuatro ángulos interiores de un polígono de 5 lados miden respectivamente: **120°, 90°, 75° y 135°**.
- ¿Cuánto mide el quinto ángulo? **R. 120°**
- ¿Cuál es el polígono regular cuyos ángulos interiores suman 1 440°? **R. decágono**
- ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyo ángulo interior es de 120°? **R. 6**
- ¿En cuál polígono regular el ángulo exterior mide 20°? **R. octadecágono (18 lados)**

18.- Determina el valor de los lados que se solicitan en cada ejercicio:

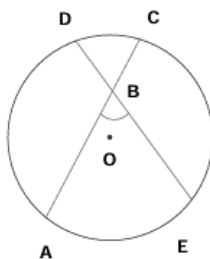




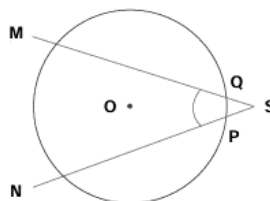
Se sabe que $\Delta HJK \sim \Delta FGK$; $\overline{HK} = \frac{1}{6}$; $\overline{KF} = \frac{1}{8}$; $\overline{FG} = \frac{1}{4}$
Determinar $\overline{HJ}$

19.- Determina el valor de los ángulos en la circunferencia:

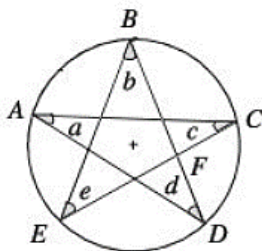
- a) Si el arco $DC = 40^\circ$ y el arco $AE = 80^\circ$, hallar el valor del ángulo ABE. **R. 60°**



- b) Si el arco $PQ = 10^\circ$ y el ángulo $QSP = 40^\circ$, hallar el valor del arco MN. **R. 90°**



- c) Si $\angle e = 50^\circ$, $\angle BFC = 65^\circ$, el arco $CD = 120^\circ$, el arco $AE =$; y el arco $AB = x + 10^\circ$. Encuentra el valor de los ángulos restantes. **R. $60^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ y 50°**



$$\angle a =$$

$$\angle b =$$

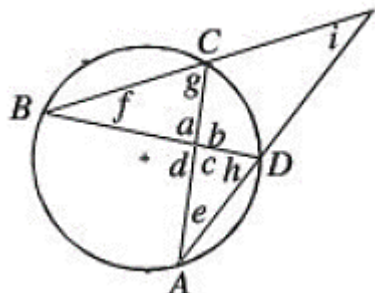
$$\angle c =$$

$$\angle d =$$

$$\angle e =$$

- d) Si el arco $AB = 130^\circ$ y el arco $CD = 60^\circ$, encuentra el valor de los ángulos.

R. $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 25^\circ, 25^\circ$



$$\angle a =$$

$$\angle b =$$

$$\angle c =$$

$$\angle d =$$

$$\angle e =$$

$$\angle f =$$

$$\angle g =$$

$$\angle h =$$

$$\angle i =$$

20.- Lee con atención y cada uno de los siguientes ejercicios y resuelve:

- a) A las 10 a.m., una embarcación **B** parte del punto **A** con una velocidad de 34 km/h. A las 11 a.m., como otra embarcación **C** sale del mismo punto **A**, pero con una velocidad de 55 km/h. Ya son las 12:00 p.m., ¿Qué distancia separa ambas embarcaciones si salieron de diferentes direcciones y con un ángulo de diferencia de 100° ?

R.- 96.59 km

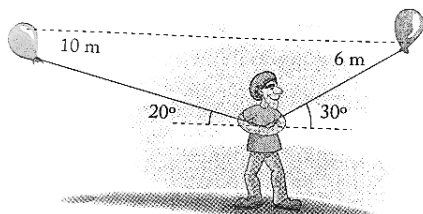
- b) Un turista se encuentra en el punto P desde el cual observa dos Torres X y Y. La distancia entre el turista y la torre X es de 400 m y la distancia entre el turista y la torre Y es de 560 m. Puntó el ángulo que se forma en el punto P con las visuales que salen desde ahí hacia las Torres mide 50° . Encuentra la distancia aproximada entre X y Y

R.- 430.8493 m

- c) En una mesa de billar hay tres bolas: una blanca una amarilla y una roja. ¿Qué distancia debe recorrer la bola amarilla para impactar a la bola roja, si se sabe que la distancia entre la bola amarilla y la bola blanca es de 25 cm. De la blanca a la roja hay 38 cm y el ángulo entre las distancias es 55° .

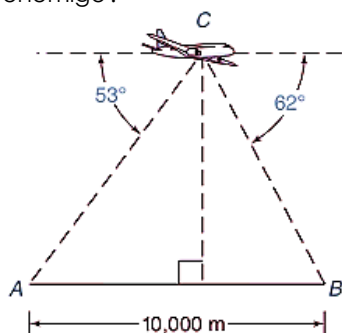
R.- aprox. 31.3 cm

- d) Un muchacho sostiene dos globos, uno en cada mano. El ángulo de elevación del globo en la mano izquierda es de 20° y la cuerda mide 10 m. El ángulo de elevación en la mano derecha es de 30° y la cuerda mide 6 m. Calcula la distancia entre los globos.



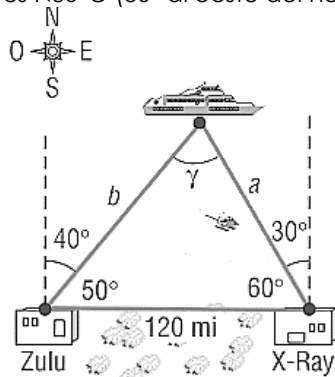
R.- aprox. 14.6 m

- e) Un avión de vigilancia en el punto C divide un almacén de municiones en A y el cuartel del enemigo en B a los ángulos indicados. Si los puntos A y B están separados 10 000 m, ¿cuál es la distancia desde el avión al cuartel del enemigo?



R.- aprox. 8 812 m

- f) La estación de guardacostas Zulu está a 120 millas al oeste de la estación X-ray. Un barco en el mar envía una llamada de auxilio que reciben las dos estaciones. La llamada a la estación Zulu indica que la dirección al barco desde Zulu es N40°E (40° al este del norte). La llamada a la estación X-ray indica que la dirección al barco desde X-ray es N30°O (30° al oeste del norte). ¿A qué distancia esta cada estación del barco?



R.- Zulu está a 110.59 millas y x-Ray a 97.82 millas

21.- Utiliza las identidades trigonométricas para simplificar las siguientes expresiones:

Respuesta

a) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} =$

$\csc \theta$

b) $\frac{\sec \theta}{\csc \theta} =$

$\tan \theta$

c) $\csc \theta \tan \theta =$

$\sec \theta$

d) $\csc \theta (1 - \cos^2 \theta) =$

$\sin \theta$

e) $\sec \theta \cot \theta =$

$\cos \theta$

f) $\frac{\tan^2 \theta}{\sec^2 \theta} + \frac{1}{\sec^2 \theta} =$

1

g) $\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1} =$

$\cos^2 \theta$

h) $\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\tan^2 \theta} =$

$\cot^2 \theta$



22.- Verificar las siguientes identidades trigonométricas:

GUÍA PARA DEMOSTRAR IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

- 1. Empezar con un lado.** Escoger un lado de la ecuación y escribirlo. El objetivo es transformarlo en el otro lado. Suele ser más fácil empezar con el lado más complicado.
- 2. Usar identidades conocidas.** Use álgebra y las identidades que conozca para cambiar el lado con el que empezó. Lleve las expresiones fraccionarias a un denominador común, factorice y use las identidades fundamentales para simplificar expresiones.
- 3. Convertir a senos y cosenos.** Si se ha quedado bloqueado, puede que encuentre útil reescribir todas las funciones en términos de senos y cosenos.

a) $\operatorname{sen} x = \frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x}$

b) $\operatorname{sen} \beta + \cos \beta \operatorname{ctg} \beta = \operatorname{csc} \beta$

c) $\cos t + \tan t \cdot \operatorname{sen} t = \sec t$

d) $\frac{\operatorname{csc} \alpha}{\tan \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \cos \alpha$

e) $\frac{\cos x}{1 - \operatorname{sen} x} = \frac{1 + \operatorname{sen} x}{\cos x}$

f) $\cos^2 x + \frac{\tan^2 x}{1 + \sec x} + \operatorname{sen}^2 x = \sec x$

g) $\cot^2 \alpha = \cos^2 \alpha + (\cot \alpha \cdot \cos \alpha)^2$

h) $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 2 \operatorname{csc}^2 x$

i) $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 x$

j) $\frac{\cos u}{1 - \operatorname{sen} u} = \sec u + \tan u$



22.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

Ecuación	Respuestas
a) $3 \tan x - 4 = \tan x - 2; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{45^\circ, 225^\circ\}$
b) $2 \operatorname{sen}^2 x - 1 = -\operatorname{sen} x; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$
c) $4 \cos^2 x = 3; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ\}$
d) $2 \operatorname{sen}^2 x = -\operatorname{sen} x; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{0^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 330^\circ, 360^\circ\}$
e) $2 \cos^2 x = \operatorname{sen} x - 1; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{90^\circ\}$
f) $\sec^2 x - 4 = 0; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ\}$
g) $2 \cos^7 x + \operatorname{sen} x = 1; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{90^\circ, 210^\circ, 330^\circ\}$
h) $\cot x + \cot^2 x = 0; 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$	$x = \{135^\circ, 315^\circ\}$
i) $\operatorname{sen} x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0; 0 \leq x \leq 2\pi$	$x = \{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$
j) $\tan(x - 1)(\sqrt{3} \cot x - 1) = 0; 0 \leq x \leq \pi$	$x = \{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\}$